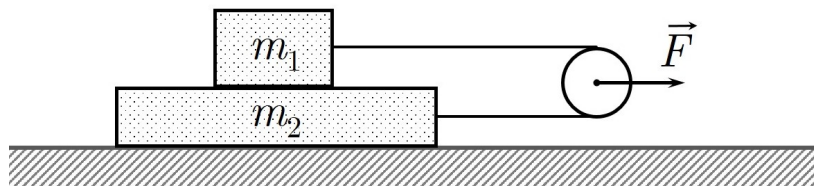


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Система из двух связанных нитью брусков и блока приводится в движение постоянной силой F , которая приложена к блоку. Масса верхнего бруска m_1 , нижнего — m_2 . Коэффициент трения между брусками μ , трение между нижним бруском и полом отсутствует. Оба участка нити между блоком и брусками горизонтальны. Нить невесомая и нерастяжимая, блок идеальный. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



а) При некотором значении F бруски движутся как единое целое. Как направлены при этом силы трения, действующие на бруски?

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

Сила трения, действующая на верхний брусок	Направлена вправо, если $m_1 > m_2$, направлена влево, если $m_1 > m_2$
Сила трения, действующая на нижний брусок	Направлена влево, если $m_1 < m_2$, направлена вправо, если $m_1 < m_2$
	Направлена вправо при любом соотношении масс Направлена влево при любом соотношении масс

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1.5 балла. Всего 3 балла

б) $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 0.5 \text{ кг}$, $\mu = 0.3$, $F = 2 \text{ Н}$. Определите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлите до десятых.

Ответ: 1.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 0.5 \text{ кг}$, $\mu = 0.3$, $F = 2 \text{ Н}$. Определите ускорение нижнего груза. Ответ выразите в м/с^2 , округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1.2; 1.4]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 0.5 \text{ кг}$, $\mu = 0.3$. При каком минимальном значении F грузы начнут проскальзывать относительно друг друга? Ответ выразите в ньютонах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [17.9; 18.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Чтобы разобраться с направлением силы трения, действующей на каждый из брусков, представим сначала, что сила трения отсутствует. На каждый из брусков действует одинаковая сила натяжения нити. Тогда в отсутствие трения брусок, имеющий меньшую массу, будет двигаться с большим ускорением. Для того, чтобы выровнять ускорения брусков, на брусок меньшей массы должна действовать «тормозящая» сила трения, направленная влево на рисунке. На второй брусок, разумеется, сила трения действует в противоположном направлении. Окончательный ответ на первый вопрос такой: сила трения, действующая на брусок меньшей массы, направлена влево, на брусок большей массы — вправо.

б) Идеальный блок имеет массу, равную нулю. Поэтому сумма действующих на него сил тоже равна нулю, то есть $F - 2T = 0$. Отсюда $T = \frac{F}{2} = 1.0 \text{ Н}$.

в) Покажем, что при данном значении силы F проскальзывания не будет. Если бы грузы проскальзывали относительно друг друга, то с учётом направления сил трения (ответ на первый вопрос) значения их ускорений были бы равны:

$$a_1 = \frac{\frac{F}{2} + \mu m_1 g}{m_1} = 4 \text{ м/с}^2,$$

$$a_2 = \frac{\frac{F}{2} - \mu m_1 g}{m_2} = -4 \text{ м/с}^2.$$

Но, как уже говорилось, при проскальзывании лёгкий груз должен опережать тяжёлый и a_2 должно быть больше, чем a_1 . У нас же получилось, что при предположении проскальзывания лёгкий груз вообще движется в направлении, противоположном действующей силе. Следовательно, предположение неверно и проскальзывания нет. Грузы движутся как единое целое с ускорением $a = \frac{F}{m_2 + m_1} \approx 1.3 \text{ м/с}^2$.

г) Проскальзывание между грузами начинается при таком минимальном значении F , при котором ускорения тел, рассчитанные в предположении, что сила трения равна своему предельному значению $\mu m_1 g$, равны друг другу. То есть

$$a_1 = a_2,$$

$$\frac{\frac{F}{2} + \mu m_1 g}{m_1} = \frac{\frac{F}{2} - \mu m_1 g}{m_2}.$$

Отсюда

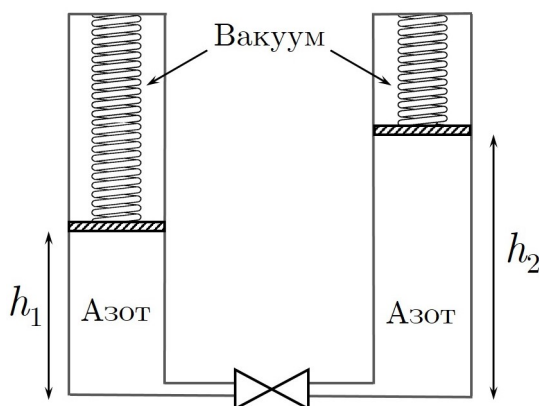
$$F_{\min} = 2\mu m_1 g \frac{m_2 + m_1}{|m_2 - m_1|} = 18.0 \text{ Н}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Пункты б, в, г)

№ варианта	m_1 , кг	m_2 , кг	μ	F , Н	T , Н	$a_{\min}$, м/с ²	$a_{\max}$, м/с ²	$F_{\min}^{\min}$, Н	$F_{\min}^{\max}$, Н
1	1	0.5	0.3	2	1	1.2	1.4	17.9	18.1
2	1.5	0.5	0.3	4	2	1.9	2.1	17.9	18.1
3	2	1	0.25	5	2.5	1.6	1.8	29.9	30.1
4	3	2	0.2	3	1.5	0.5	0.7	59.9	60.1
5	2	1.5	0.2	6	3	-0.1	0.1	7.9	8.1
6	0.5	1	0.25	4	2	2.6	2.8	7.4	7.6
7	0.5	2	0.35	3	1.5	1.1	1.3	5.7	5.9
8	1	1.5	0.4	5	2.5	1.9	2.1	39.9	40.1
9	2	2.5	0.4	7	3.5	1.5	1.7	143.9	144.1
10	1.5	3	0.35	9	4.5	1.9	2.1	31.4	31.6

Задание 2. Два одинаковых вертикально расположенных цилиндра с площадью $S = 100 \text{ см}^2$ внизу соединены трубкой пренебрежимо малого объёма, на которой установлен вентиль. В нижней части цилиндров под невесомыми поршнями, которые могут перемещаться без трения, находится азот, в верхней части цилиндров — вакуум. Между поршнями и верхними частями цилиндров установлены две одинаковые пружины с коэффициентами жёсткости $k = 5000 \text{ Н/м}$, длина которых в недеформированном состоянии равна высоте цилиндров $H = 50 \text{ см}$. Первоначально вентиль закрыт, поршни располагаются от нижних оснований цилиндров на расстоянии $h_1 = 20 \text{ см}$ для первого и на расстоянии $h_2 = 30 \text{ см}$ для второго. Температура в системе поддерживается постоянной и равна $T = 300 \text{ К}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8.3 \text{ Дж/(К·моль)}$, молярная масса азота $M = 28 \text{ г/моль}$.



а) Определите суммарную массу азота в обоих цилиндрах. Ответ выразите в граммах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [7.1; 7.5]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) На какое расстояние переместится поршень в первом цилиндре, если температуру в системе увеличить в 2 раза?

Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [8.1; 8.5]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) Вентиль открывают. Как будут двигаться поршни?

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

I. Первый поршень (в левом сосуде)	А. Поднимется и остановится на некотором расстоянии от дна сосуда
II. Второй поршень (в правом сосуде)	Б. Опустится и остановится на некотором расстоянии от дна сосуда
	В. Опустится и ляжет на дно сосуда Г. Не будет двигаться

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1 балл. Всего 2 балла

г) На какое расстояние переместится поршень в первом цилиндре после открытия вентиля? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых. Если поршень смещается вниз, смещение считается отрицательным, если вверх — положительным. Если поршень остаётся неподвижным, в ответ запишите 0.

Ответ: засчитывается в диапазоне [5.3; 5.7]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона суммарная масса азота определяется выражением:

$$m = m_1 + m_2 = \frac{P_1 V_1 M}{RT} + \frac{P_2 V_2 M}{RT} = \frac{\frac{kh_1}{S} \cdot Sh_1 \cdot M}{RT} + \frac{\frac{kh_2}{S} \cdot Sh_2 \cdot M}{RT} = \frac{kM(h_1^2 + h_2^2)}{RT} \approx 7.3 \text{ г.}$$

б) Используем уравнение состояния для газа в первом цилиндре:

$$\frac{P_1 V_1}{RT} = \frac{P'_1 V'_1}{RT'}$$

Здесь индекс «'» относится к параметрам состояния после увеличения температуры. Перепишем это уравнение:

$$\frac{\frac{kh_1}{S} \cdot Sh_1}{RT} = \frac{\frac{kh'_1}{S} \cdot Sh'_1}{R \cdot 2T}$$

Отсюда

$$h'_1 = \sqrt{2}h_1 \approx 28.3 \text{ см.}$$

Перемещение поршня в первом цилиндре $h'_1 - h_1 \approx 8.3 \text{ см.}$

в) После открытия вентиля значения давления в цилиндрах будут выравниваться и поршни остановятся на одной высоте от дна цилиндров. При этом поршень в левом цилиндре поднимется, а в правом — опустится. Обо поршня остановятся на некотором расстоянии от дна.

г) Как уже отмечалось, после открытия вентиля оба поршня остановятся на одинаковой высоте h' . При этом суммарная масса газа в обоих цилиндрах должна сохраниться:

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= 2m', \\ \frac{kM(h_1^2 + h_2^2)}{RT} &= 2 \frac{kMh'^2}{RT}, \\ h' &= \sqrt{\frac{h_1^2 + h_2^2}{2}}. \end{aligned}$$

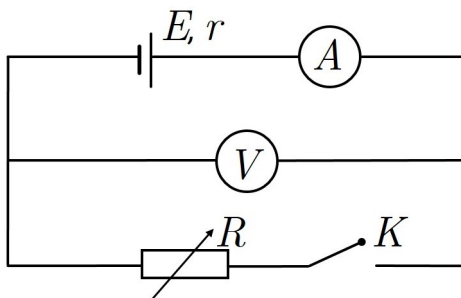
Смещение поршня в первом цилиндре:

$$\Delta h_1 = h'_1 - h_1 = \sqrt{\frac{h_1^2 + h_2^2}{2}} - h_1 \approx 5.5 \text{ см.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	S , см ²	k , Н/м	h_1 , см	h_2 , см	m , г	m , г	n	$h'_{\min}$, см	$h'_{\max}$, см	Положения поршней	$\Delta h_1^{\min}$, см	$\Delta h_1^{\max}$, см
1	100	5000	20	30	7.1	7.5	2	8.1	8.5	I - А, II - Б	5.3	5.7
2	200	10000	25	35	20.6	21	1.5	5.4	5.8	I - А, II - Б	5.2	5.6
3	150	4000	15	30	4.9	5.3	2.5	8.5	8.9	I - А, II - Б	8.5	8.9
4	120	5500	20	35	9.9	10.3	2	8.1	8.5	I - А, II - Б	8.3	8.7
5	180	6000	30	40	16.7	17.1	1.5	6.5	6.9	I - А, II - Б	5.2	5.6
6	160	7000	35	15	11.2	11.6	1.5	7.7	8.1	I - Б, II - А	-8.3	-7.9
7	80	7500	25	20	8.4	8.8	2	10.2	10.6	I - Б, II - А	-2.6	-2.2
8	170	8000	30	15	9.9	10.3	1.7	8.9	9.3	I - Б, II - А	-6.5	-6.1
9	140	8500	35	20	15.3	15.7	1.4	6.2	6.6	I - Б, II - А	-6.7	-6.3
10	130	9000	25	15	8.4	8.8	2.2	11.9	12.3	I - Б, II - А	-4.6	-4.2

Задание 3. Представленная схема содержит источник с ЭДС E и внутренним сопротивлением r , переменный резистор R , идеальные амперметр и вольтметр, ключ.



а) Ключ K замкнули. Как изменяются показания амперметра, вольтметра и мощность, выделяющаяся на резисторе, при увеличении сопротивления резистора R от 0 до максимального значения?

При ответе на данный вопрос считайте $R > r$.

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

Ток через амперметр	Монотонно уменьшается
Напряжение вольтметра	Монотонно увеличивается
Мощность, выделяющаяся на резисторе	Сначала увеличивается, затем уменьшается
	Сначала уменьшается, затем увеличивается
	Не меняется

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1 балл. Всего 3 балла

б) При разомкнутом ключе вольтметр показывает 12 В, а при замкнутом ключе 8 В. Определите отношение сопротивления резистора R к внутреннему сопротивлению источника r . Ответ округлите до десятых.

Ответ: 2.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) При разомкнутом ключе вольтметр показывает 12 В, при замкнутом ключе вольтметр показывает 8 В, а амперметр — 2 А. Определите показания амперметра при замкнутом ключе и сопротивлении резистора $R = 0$ (ток короткого замыкания). Ответ выразите в амперах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [5.8; 6.2]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) В этой же схеме заменили источник на другой, с иными характеристиками. Оказалось, что при двух различных сопротивлениях резистора $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 18$ Ом на этих резисторах выделяется одинаковая мощность. Определите внутреннее сопротивление нового источника. Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

Ответ: 6.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (1)$$

С увеличением R сила тока уменьшается.

Напряжение, которое измеряет вольтметр, равно напряжению на резисторе R :

$$U = IR = \frac{ER}{R + r}. \quad (2)$$

С увеличением R значение U монотонно увеличивается. Это легко увидеть, переписав выражение (2) в виде:

$$U = \frac{ER}{R + r} = E - \frac{r}{R + r}E. \quad (3)$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе, определяется выражением:

$$P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}. \quad (4)$$

При малых значениях R это выражение ведёт себя как линейная функция (R в знаменателе при этом можно пренебречь) и с увеличением R возрастает. При больших значениях R можно пренебречь r в знаменателе, при этом значение мощности обратно пропорционально R , то есть уменьшается с увеличением R . Поэтому с увеличением сопротивления от нуля мощность, выделяющаяся на резисторе, сначала увеличивается, затем уменьшается.

б) При разомкнутом ключе показания вольтметра совпадают с ЭДС источника E . При замкнутом — определяются выражением (1). Их отношение равно

$$\frac{E}{\frac{ER}{R + r}} = 1 + \frac{r}{R} = 1.5.$$

Отсюда $\frac{R}{r} = 2$.

в) При данных в условии $E = 12$ В, $U = \frac{ER}{R + r} = 8$ В, $I = \frac{E}{R + r} = 2$ А. Из этих уравнений определяем значение $r = 2$ Ом. Ток короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{E}{r} = 6$ А.

г)

$$P_1 = P_2, \\ \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2 + r)^2}.$$

После преобразований получаем $r = \sqrt{R_1 R_2} = 6$ Ом.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты б, в, г)

№ варианта	U_1 , В	U_2 , В	R/r	I , А	$I_{\text{кз}}^{\min}$, А	$I_{\text{кз}}^{\max}$, А	R_1 , Ом	R_2 , Ом	r , Ом
1	12	8	2.0	2	5.8	6.2	18	6	6.0
2	9	6	2.0	4	11.8	12.2	12.5	5	5.0
3	12	9	3.0	6	23.8	24.2	16	4	4.0
4	8	6	3.0	5	19.8	20.2	4.5	3	3.0
5	10	8	4.0	6	29.8	30.2	0.5	8	2.0
6	6	5	5.0	3	17.8	18.2	9	6	6.0
7	16	14	7.0	2	15.8	16.2	2	4	4.0
8	12	10	5.0	1.5	8.8	9.2	1	3	3.0
9	9	8	8.0	1	8.8	9.2	12	3	6.0
10	8	7	7.0	2.5	19.8	20.2	0.8	5	2.0